

13 関数 $y=ax^2$

基本のまとめ 1 < 2乗に比例する関数 >

y が x の関数で、 x と y の間に $y=ax^2$ (a は0でない定数)の関係が成り立つとき、 y は x の2乗に比例するといひ、 a を比例定数といひ。

y が x の2乗に比例するとき、 x の値が n 倍になると、対応する y の値は n^2 倍になる。

●例題 1 2乗に比例する関数

次の(1)、(2)について、 y を x の式で表し、比例定数をいいなさい。

- (1) 1辺の長さが x cmの立方体の表面積を y cm²とする。
 (2) 半径が x cmの円の面積を y cm²とする。

解き方 (1) 立方体には6つの正方形の面があるから、 $y=x^2 \times 6$ **答** $y=6x^2$, 比例定数…6
 (2) 円の面積=(円周率)×(半径)²より、 $y=\pi \times x^2$ **答** $y=\pi x^2$, 比例定数… π

▶問題 1 縦 x cm, 横 $3x$ cmの長方形の面積を y cm²とするとき、次の問いに答えなさい。

□(1) y を x の式で表しなさい。また、比例定数をいいなさい。

□(2) 右の表の空欄にあてはまる数を求めなさい。

□(3) 表の下の①~③にあてはまる数を求めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

Diagram showing relationships between x values:
 - From x=2 to x=4: 2倍 (2x)
 - From x=4 to x=6: 3倍 (1.5x)
 - From x=1 to x=3: ①倍 (3x)
 - From x=3 to x=6: ②倍 (2x)
 - From x=2 to x=6: ③倍 (3x)

基本のまとめ 2 < $y=ax^2$ の決定 >

y が x の2乗に比例するとき、1組の x , y の値がわかれば、これを $y=ax^2$ に代入して、比例定数 a の値を求めることができる。

●例題 2 $y=ax^2$ の決定

y は x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=12$ である。次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。 (2) $x=-4$ のときの y の値を求めなさい。
 (3) $y=75$ となる x の値を求めなさい。

解き方 (1) y は x の2乗に比例するから、求める式を $y=ax^2$ とおく。これに、 $x=2$, $y=12$ を代入して、 $12=a \times 2^2 \rightarrow 4a=12 \rightarrow a=3$ 。よって、 $y=3x^2$ **答** $y=3x^2$
 (2) (1)で求めた $y=3x^2$ に $x=-4$ を代入して、 $y=3 \times (-4)^2=48$ **答** $y=48$
 (3) (1)で求めた $y=3x^2$ に $y=75$ を代入して、 $75=3x^2 \rightarrow x^2=25 \rightarrow x=\pm 5$ **答** $x=\pm 5$

▶問題 2 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例し、 $x=-3$ のとき $y=18$ である。次の①、②に答えなさい。

□① y を x の式で表しなさい。 □② $x=2$ のときの y の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ において、 $x=4$ のとき $y=-16$ である。次の①~③に答えなさい。

□① a の値を求めなさい。 □② $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

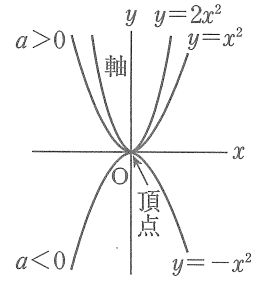
□③ $y=-9$ となる x の値を求めなさい。

基本のまとめ 3 < $y=ax^2$ のグラフ >

● $y=ax^2$ のグラフは曲線であり、その曲線のことを放物線という。

● $y=ax^2$ のグラフの特徴

- ① 原点を通る放物線で、 y 軸について対称である。
(放物線の頂点は原点で、放物線の軸は y 軸である。)
- ② $a > 0$ のときは上に開いた形になり、 $a < 0$ のときは下に開いた形になる。
- ③ a の絶対値が大きくなるにつれて、グラフの開き方は小さくなる。
- ④ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは x 軸について対称である。

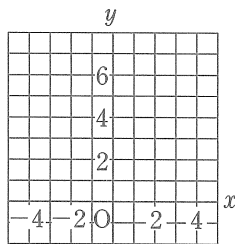


例題 3 $y=ax^2$ のグラフ

関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、次の問いに答えなさい。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y

- (1) 右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。
- (2) 下の図にグラフをかきなさい。

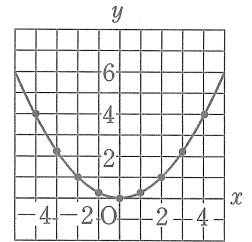


解き方 (1) x の値を順に代入する。

答 順に、 $4, \frac{9}{4}, 1, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, 1, \frac{9}{4}, 4$

- (2) (1)の表から点をいくつかとり、間をなめらかな曲線(放物線)で結ぶ。

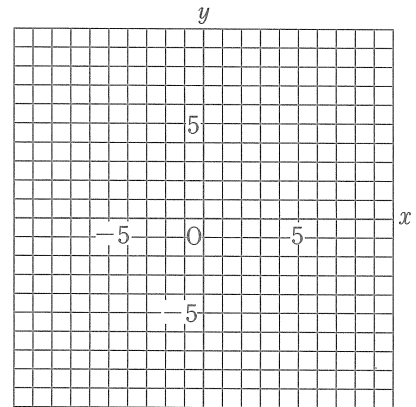
答 右図



▶問題 3 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=x^2$ について、下の表をうめなさい。また、 $y=x^2$ のグラフを右の図にかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y



- (2) 次の関数のグラフを右の図にかきなさい。

- ① $y = \frac{1}{2}x^2$ □② $y = -x^2$ □③ $y = -\frac{1}{2}x^2$

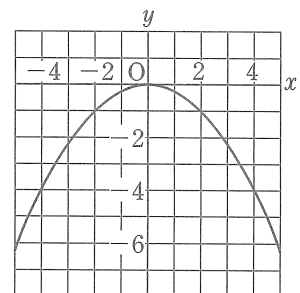
例題 4 $y=ax^2$ のグラフと a の決定

関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(3, -18)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

解き方 グラフが点 $(3, -18)$ を通るから、 $x=3$ のとき $y=-18$ である。これを $y=ax^2$ に代入して、 $-18=a \times 3^2, 9a=-18, a=-2$ **答** $a=-2$

▶問題 4 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(2, 8)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(-3, 6)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (3) 右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフである。 a の値を求めなさい。



基本問題

1 〈2乗に比例する関数〉 次の(1)~(3)について、 y を x の式で表し、 y が x の2乗に比例するものには比例定数をかき、そうでないものには×印を書きなさい。

- (1) 1辺の長さが x cmの正方形の面積を y cm²とする。
- (2) 底辺が x cm、高さ6 cmの三角形の面積を y cm²とする。
- (3) 底面の半径が x cm、高さ6 cmの円錐の体積を y cm³とする。

2 〈 $y=ax^2$ の決定〉 次の問いに答えなさい。

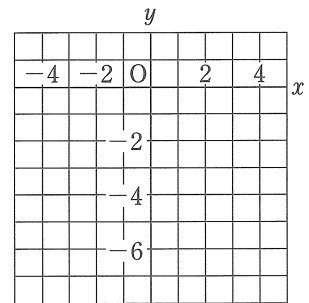
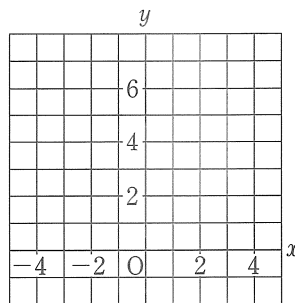
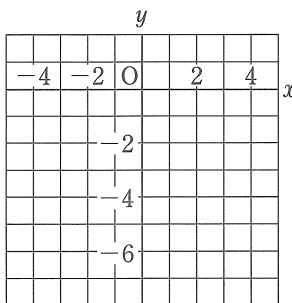
- (1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=-27$ である。 y を x の式で表しなさい。
- (2) 関数 $y=ax^2$ において、 $x=-1$ のとき $y=5$ である。 a の値を求めなさい。
- (3) y は x^2 に比例し、 $x=5$ のとき $y=25$ である。 $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。
- (4) 関数 $y=ax^2$ において、 $x=-2$ のとき $y=2$ である。 $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

3 〈 $y=ax^2$ のグラフ①〉 次の(1)~(3)の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = -\frac{1}{4}x^2$

(2) $y = \frac{1}{3}x^2$

(3) $y = -\frac{1}{3}x^2$



4 〈 $y=ax^2$ のグラフ②〉 下のア~オの関数のグラフについて、次の問いに答えなさい。

ア $y = \frac{1}{2}x^2$

イ $y = -x^2$

ウ $y = 2x^2$

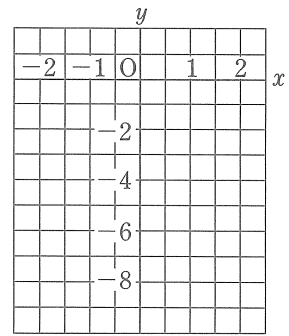
エ $y = -\frac{1}{2}x^2$

オ $y = -4x^2$

- (1) グラフが上に開いているものをすべて答えなさい。
- (2) イとオでは、どちらのグラフの開き方が大きいですか。
- (3) グラフが x 軸についてたがいに対称になっているものは、どれとどれですか。
- (4) グラフが点 $(-4, -8)$ を通るものはどれですか。

5 $\langle y=ax^2$ のグラフ③ \rangle 関数 $y=-2x^2$ のグラフについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図にグラフをかきなさい。
- (2) (1)でかいたグラフと x 軸について対称なグラフの式を答えなさい。
- (3) $y=-2x^2$ のグラフは点(5,)を通る。にあてはまる数を求めなさい。

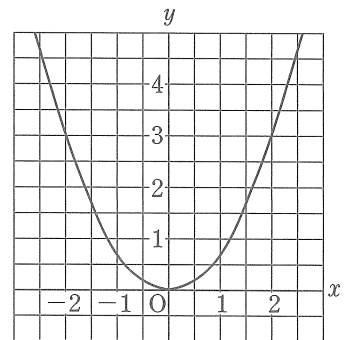


6 $\langle y=ax^2$ のグラフと a の決定① \rangle 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点(-3, -9)を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点(4, -8)を通るとき、 a の値を求めなさい。

7 $\langle y=ax^2$ のグラフと a の決定② \rangle 右の図は、関数 $y=ax^2$ のグラフである。次の問いに答えなさい。

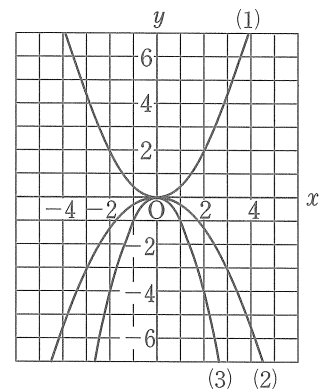
- (1) a の値を求めなさい。
- (2) このグラフ上にあり、 x 座標が3である点の座標を求めなさい。
- (3) 点(p , 12)がこのグラフ上にあるとき、 p の値を求めなさい。



8 $\langle y=ax^2$ のグラフと a の決定③ \rangle 右の図の(1)~(3)のグラフは、下の

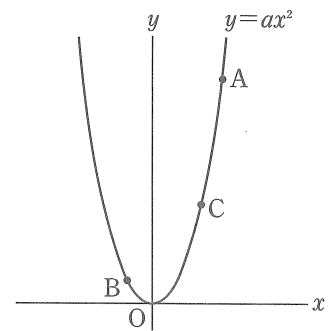
ア~ウの関数のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものである。それぞれの関数のグラフになっているか。ア~ウの記号で答えなさい。

ア $y=-\frac{1}{3}x^2$ イ $y=\frac{1}{2}x^2$ ウ $y=-x^2$



9 $\langle y=ax^2$ のグラフと a の決定④ \rangle 右の図は、関数 $y=ax^2$ のグラフであり、図のように3点A, C, Bがこのグラフ上に並んでいる。A(3, 18)で、Bの x 座標が-1, Cの y 座標が8のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 点B, Cの座標を求めなさい。
- (3) Cを通り x 軸に平行な直線と $y=ax^2$ のグラフとの交点のうち、C以外の点をDとすると、点Dの座標を求めなさい。



	練習問題	
--	-------------	--

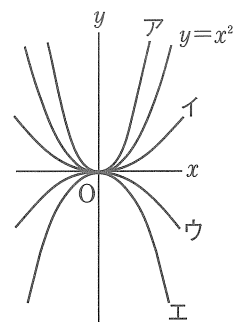
1 次の問いに答えなさい。

□(1) y は x の 2 乗に比例し、 $x=-5$ のとき、 $y=10$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。 〈香川〉

□(2) y は x の 2 乗に比例し、 $x=5$ のとき $y=75$ である。 $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。 〈福岡〉

□(3) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=2$ のとき $y=1$ である。 $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。 〈滋賀〉

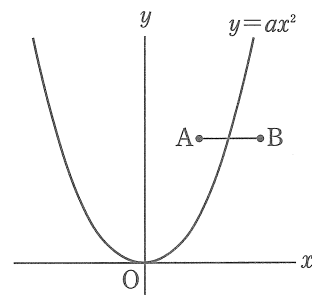
2 右の図のア～エは、 $y=ax^2$ の形で表される 4 つの関数のグラフを、 $y=x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものである。次の問いに答えなさい。 〈山口〉



□(1) ア～エのうちの 1 つが関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。そのグラフを選び、記号で答えなさい。

□(2) 関数 $y=x^2$ のグラフ上に、 y 座標が 4 である点が 2 つある。その 2 つの点の座標を求めなさい。

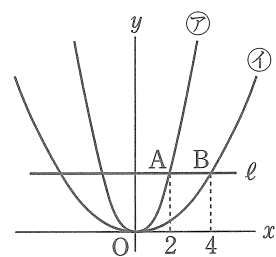
3 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフと、2 点 $A(2, 4)$ 、 $B(4, 4)$ がある。次の問いに答えなさい。



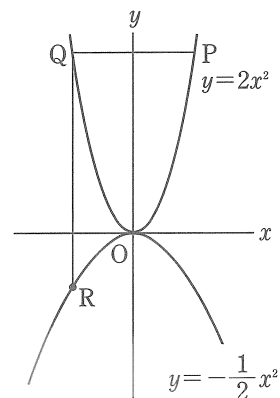
□(1) $y=ax^2$ のグラフが点 A を通るとき、 a の値を求めなさい。

□(2) $y=ax^2$ のグラフが線分 AB 上の点を通るとき、 a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。

4 右の図で、㊶は関数 $y=x^2$ 、㊷は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、直線 l は x 軸に平行である。点 A は㊶と直線 l との交点で x 座標が 2、点 B は㊷と直線 l との交点で x 座標が 4 である。このとき、 a の値を求めなさい。 〈秋田〉



5 右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 P 、 Q があり、線分 PQ は x 軸に平行で、 P の x 座標は正である。点 Q を通り y 軸に平行な直線をひき、関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点を R とする。線分 PQ の長さが 4 のとき、次の問いに答えなさい。



□(1) 点 Q の座標を求めなさい。

□(2) 線分 QR の長さを求めなさい。